УДК 66.048.5

Г.А. АНОХИН, канд. техн. наук, ***П.Г. АНОХИН***, канд. техн. наук,
Л.П. ДОИЛЬНИЦЫНА, канд. техн. наук

ПРОЦЕССЫ ТЕПЛООБМЕНА В ЖИДКОСТНЫХ ПОТОКАХ

В статті розглянуто метод математичного тепло-масообмінного процесу. Проведено аналіз тепло-масообмінних характеристик основних показників процесу та їх взаємозв'язок, який дає можливість оптимізувати технологічне проведення концентрування термолабільних продуктів. Результати підтверджені експериментальними дослідженнями.

The method mathematical heat-mass exchange process is considered in article. It's organized analysis a heat-mass exchange features of the leading indexes of process and their intercoupling, which enable to optimize undertaking concentrations thermo-labile products. The results are confirmed the experimental studies.

Процессы концентрирования термолабильных продуктов являются одним из основных процессов переработки сельскохозяйственного сырья с получением широкой гаммы соков, пюре и паст. Применение в данных технологиях роторных пленочных испарителей является весьма перспективным направлением. Это обусловлено более рациональным использованием как тепловой, так и механической энергии, за счет создания высокотурбулизированных жидкостных пленок. В этой связи изучение тепловых процессов концентрирования в осложненных гидродинамических системах является весьма перспективным направлением не только в технологии переработки сельскохозяйственного сырья, но и в химической, фармацевтической и смежных отраслях промышленности [1, 2].

При визуальном исследовании (микроскопия) продуктов на основе овощных и фруктовых соков было выявлено, что чем выше концентрация абсолютно сухих веществ (а.с.в.), тем больше в системе будет находиться клетчатки и меньше жидкой фазы.

Введем допущение, пусть система концентрата представляет собой подвижную структуру из квазитвердых частиц, имеющих сферическую форму, находящихся в жидкой фазе (рис. 1).

С ведением процесса концентрирования количество жидкой фазы уменьшается, что приведет к образованию капиллярных систем между квазитвердыми элементами.

Из данной структуры видно, что процесс интенсификации концентрирования находится в перемешивании, при котором происходит быстрая смена слое квазитвердых частиц. По этой причине изучался не только процесс испарения в статической системе капиллярно-пористых тел, но и в случае, когда вся эта система находится в подвижном состоянии.

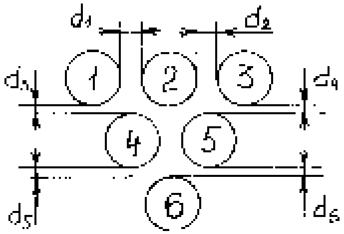

Рис. 1. Структура концентрата
1- 6 – квазитвердые тела, d_1-d_6 – средние диаметры квазитвердых каналов, заполненных жидкой фазой

С учетом закона сохранения массы вещества, проходящего через рабочий объем аппарата, локальная производная объемного влагосодержания по времени пребывания в зоне теплообмена, равна дивергенции от потока тепла массы, обусловленного фазовым переходом.

$$\rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau} = -div j + I_k \qquad (1)$$

Влагоперенос j в любой концентрируемой системе при теплообмене соответствует соотношению, представленному в литературе [3, 4].

$$j = -\rho_0 a_m \nabla U - \rho_0 a_m^T \nabla^2 t \qquad (2)$$

Сумма источников k вещества, обусловленных фазовыми переходами, равна $\Sigma I_k = 0$.

Из этого вытекает, что влагосодержание будет равно:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m^T \nabla^2 t \qquad (3)$$

В этом соотношении используются следующие параметры: ρ_0 – плотность данного твердого вещества, кг/м^3; $a_m = \frac{\lambda_m}{C_m \rho_0}$ - коэффициент влагопроводности (диффузии), м^2/с; $a_m^T = \frac{\lambda_m^T}{C_m^T \rho_0}$ - коэффициент термодиффузии, м^2/с. Для этих выражений применимы значения, имеющие аналогию с законами теплообмена.

Если рассматривать абсолютно сухое вещество, состоящее из твердых тел, то передача тепла в этом случае может происходить не только теплопроводностью через контакт тел, но также путем конвекции

$$q = \lambda_э \frac{\Delta t}{\Delta d^*} \qquad (4)$$

где q – плотность теплового потока, Вт/м^2; Δt – лок5альный перепад температуры в парах между квазитвердыми телами, ^{0}C; d^* - средний диаметр капиллярного канала между квазитвердыми частицами, м·10^{-4}.

$$\lambda_э = \lambda + \lambda_к ; \lambda_к = \sim d^*$$

где α – коэффициент теплопроводности на участке d^*.

Используя это соотношение, как основное, запишем дифференциальное уравнение теплопроводности [3, 4].

$$C\rho_0 \frac{dT}{d\tau} = div(\lambda \nabla T) + I_k - \Sigma C j_k \nabla T \qquad (5)$$

После преобразования (5) получим следующее выражение:

$$\frac{dT}{d\tau} = (a + a_m^T \frac{\tau}{C})\nabla^2 t + a_m \frac{\tau}{C}\nabla^2 U \qquad (6)$$

где а – коэффициент температуропроводности, м^2/с

Таким образом, процессы тепло-массообмена описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \varepsilon \dfrac{r}{C}\dfrac{\partial U}{\partial \tau} \\ \dfrac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m^T \nabla^2 T \end{cases} \qquad (7)$$

Величина $\varepsilon = \dfrac{d_k U}{dU}$ - изменение влагосодержания за счет испарения, отнесенное к общему изменению влагосодержания (коэффициент фазового превращения жидкости в пар). При полном испарении ε = 1, при простом переносе жидкости ε = 0.

$$0 \le \varepsilon \le 1$$

Конвективный перенос влаги под действием термодиффузии [2]

$$\frac{\partial U_k}{\partial \tau} = a_{m_k}\nabla^2 U_k + a_m^T \nabla^2 T + \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau} \qquad (8)$$

В общем случае система дифференциальных уравнений тепло и массопереноса по всей длине зоны теплообмена:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \varepsilon \dfrac{\tau}{C}\dfrac{\partial U}{\partial \tau} \\ \dfrac{\partial U_k}{\partial \tau} = a_{m_k}\nabla^2 U_k + a_m^T \nabla^2 T + \varepsilon \dfrac{\partial U}{\partial \tau} \\ \dfrac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m^T \nabla^2 T \end{cases} \qquad (9)$$

Система уравнений (9) является основной при определении тепло и массо-обмена в пределах концентрирования (испарения) и глубокого концентрирования (сушки).

Определим решение данной системы (9). Для этого воспользуемся средне интегральными значениями температуры и влагосодержания смесей в пленочном объеме обрабатываемого продукта:

$$\bar{t} = \frac{1}{V}\int_{(v)} t dv; \overline{U} = \frac{1}{V}\int_{(v)} U dv \qquad (10)$$

Эти величины берутся по выходу из рабочей зона аппарата. Если считать, что коэффициенты переноса тепла и влаги a, a_m, a_m^T, а также термодинамические параметры r, C, ε не изменяются по объему исследуемой системы (концентрат сока) в данном сечении, то уравнения (9; 10) можно записать

$$V\frac{dT}{d\tau} = a\int_{(v)} \nabla^2 t dv + V\varepsilon \frac{r}{C}\frac{d\overline{U}}{d\tau} \qquad (11)$$

Используя теорему Гаусса – Остроградского, согласно которой интеграл по области от дивергенции векторного поля равен потоку этого поля через поверхность, ограничивающую данную область [5]:

$$\int_{(v)} div\vec{A}dv = \oint(\vec{A}\cdot\overrightarrow{1_m})dF$$

где $\vec{A}$ - вектор, $\overrightarrow{1_m}$ - нормаль к поверхности.

Уравнение (11) можно переписать в следующем виде:

$$V\frac{d\bar{t}}{d\tau} = \oint_{(F)} \nabla t dF + V_\varepsilon \frac{r}{C}\frac{d\overline{U}}{d\tau} \qquad (12)$$

Величина $\oint_{(F)} \nabla t dF$ показывает, что поле дифференцируется по области и согласуется с материалами статьи [2].

Используем граничные условия:

$$-\lambda(\nabla t_n) + q_n(\tau) - \gamma\vec{j}(r) = 0 \qquad (13)$$

где j(τ) - поток жидкообразной влаги по поверхности квазитвердого тела.

Согласно этим граничным условиям сумма произведения коэффициента теплопроводности на div температуры, количество тепла и энергии фазового превращения должна быть равна 0.

Рассмотрим случай, когда влага находится в виде жидкости (не связанной) на поверхности квазитвердого тела, т.е. наш случай концентрированного сока:

$$\begin{gathered} \rho_0\frac{\partial U}{\partial \tau} = -div\vec{j}(\tau) + \varepsilon\rho_0\frac{\partial U}{\partial \tau} \\ \oint_{(F)} \nabla dF = \frac{1}{\lambda}\int_{(F)}\left[q_m(\tau) - r\vec{j}(\tau)\right]dF = \frac{1}{\lambda}\int_{(F)} q_m(\tau)dF - \frac{r}{\lambda}\int_{(v)} div\vec{j}dV \end{gathered} \qquad (14)$$

Примем средний удельный поток тепла по поверхности

$$q({}^{2}) = \frac{1}{F} \int\limits_{(F)} q_n({}^{2}) dF$$

Беря во внимание соотношение (14), запишем

$$v\frac{d\dot{t}}{d^{2}} = \frac{F}{C^{\circ}{}_0} q({}^{2}) + \frac{r}{C}\frac{d\overline{U}}{dt}(1-\pounds)v + \pounds\frac{r}{C}v\frac{d\overline{U}}{d^{2}}$$

Откуда получаем

$$C^{\circ}{}_0 \underset{(v)}{h} \frac{d\bar{t}}{d^{2}} = r \underset{(v)}{h}\, {}^{\circ}{}_0 \frac{d\overline{U}}{d^{2}} + q({}^{2}) \qquad (15)$$

где $\underset{(v)}{h}$ является геометрической величиной, обозначающей толщину пленки обрабатываемого продукта:

$$\underset{(v)}{h} = \frac{V}{F}$$

В процессе получения концентратов величина $\frac{d\overline{U}}{d^{2}}$ отрицательная ($\frac{d\overline{U}}{d^{2}} \leq 0$). В этой связи будем пользоваться абсолютными значениями выражений

$$q({}^{2}) = C'^{\circ}{}_0 \underset{(v)}{h} \frac{d\bar{t}}{d^{2}} + r^{\circ}{}_0 \underset{(v)}{h} \frac{d\overline{U}}{d^{2}} \qquad (16)$$

Выражения (16) показывают, что к подвижному квазитвердому телу подводимое тепло q(τ) затрачивается на испарение влаги $r^{\circ}{}_0 h \frac{d\overline{U}}{d^{2}}$ и на нагрев материала $C'^{\circ}{}_0 h \frac{d\bar{t}}{d^{2}}$.

В конечном виде уравнение (16) записывается в следующем виде:

$$q({}^{2}) = r^{\circ}{}_0 \underset{(v)}{h} \frac{d\overline{U}}{d^{2}}(1 + R_b) \qquad (17)$$

где R_b - критерий Ребиндера $R_b = \frac{C'}{r}\frac{dt}{dU}$. Величина R_b является безразмерной величиной, показывающей отношение количества тепла, пошедшего на

нагрев, к количеству тепла, идущего на испарение.

Проводимые экспериментальные исследования в начале 90-х годов в УкрНИИХИММАШе по концентрированию томатного сока, позволили выявить величину тепловых потоков, пошедших на получение томатного пюре 20-23 % а.с.в. и томатной пасты 25-30 % а.с.в.

Используя выражение (17), расчетным путем определяли необходимое количество теплового потока, идущего на данный процесс. Результаты проведенной работы представлены на рис. 2.

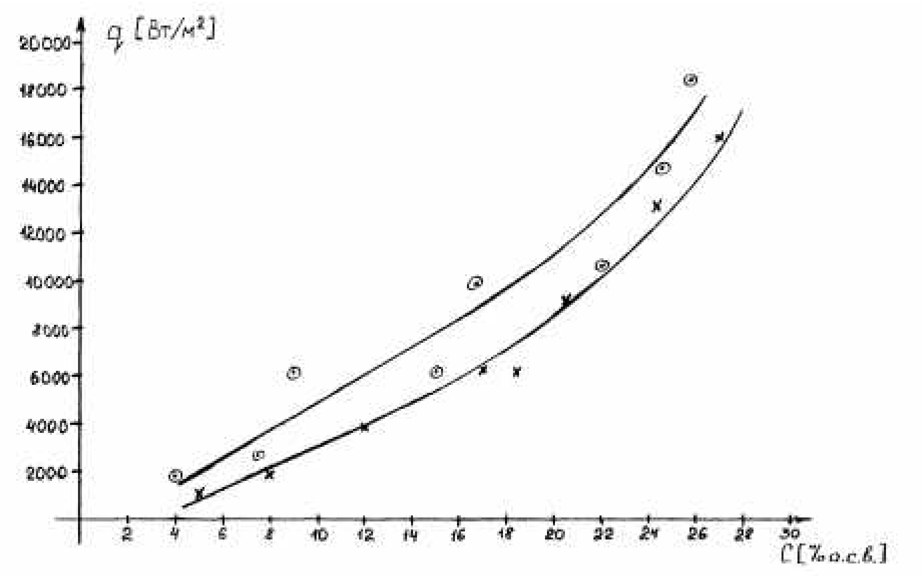

Рис. 2. Зависимость q = f (C)

Приведенные зависимости показали функциональную зависимость необходимых тепловых потоков для получения концентратов. Необходимо отметить, что экспериментальные и расчетные зависимости имеют одну и ту же закономерность перегиба, что говорит об адекватности полученных результатов.

Список литературы: **1.** *Кіптела Л.В., Загорулько О.С.* Плівкоутворюючий елемент для концентрування фруктових пюре в роторному плівковому апараті // Вісник НТУ „ХПІ”. – Вип. 17. – 2002. **2.** *Анохин Г.А., Анохин П.Г., Доильницына Л.П.* Пути интенсификации гидродинамики и теплообмена в роторных пленочных аппаратах // Вісник НТУ „ХПІ”. – Вип. 17. – 2002**.** **3.** *Касаткин А.Г.* Основные процессы и аппараты химических технологий. – М.: Химия, 1971. **4.** *Лыков А.В.* Теория сушки. ─ М.: Энергия, 1968. **5.** *Кудрявцев Л.Д.*. Математический анализ. ─ М.: Высшая школа, 1970.

Поступила в редколлегию 31.01.06